

**Задания отборочного (заочного) тура
олимпиады «Будущие исследователи – будущее науки»
по математике**

11 класс

2015-2016 уч.г.

Выполненное задание **в формате PDF** отправляется
вместе с заявкой и тезисами исследовательской работы
по электронной почте **kh.read@expd.vniief.ru до 1 декабря 2015 года**

1. Найдите значение выражения $\cos 6\gamma - \cos 2\gamma + 2 \cos 4\gamma$, если $\sin \gamma + \sin 3\gamma = 0,7$.
2. Даны две различные геометрические прогрессии, первые члены которых равны 1, а сумма знаменателей равна (-4) . Найдите сумму седьмых членов прогрессий, если известно, что сумма шестых членов равна (-724) .
3. В шахматном турнире участвуют 16 человек. В первый день одновременно играют 8 партий. Сколькими способами участников можно разбить на пары?
4. Около окружности описана равнобокая трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC ($AD > BC$). Прямая, параллельная диагонали AC , пересекает стороны AD и CD в точках M и N соответственно, и касается окружности в точке P . Найдите углы трапеции, если $MP:PN = k$ ($k < 1$).
5. Один из корней уравнения $x^{12} - abx + a^2 = 0$ больше двух. Докажите, что $|b| > 64$.
6. Путь из села в город идёт сначала по грунтовой дороге, а затем по шоссе. Из села в город в 9 часов утра выехал автомобилист и одновременно с ним из города в село выехал мотоциклист. Автомобилист двигался по шоссе быстрее, чем по грунтовой дороге в $\frac{3}{2}$ раза, а мотоциклист – в $\frac{5}{3}$ раза (движение обоих по грунтовой дороге и по шоссе считается равномерным). Они встретились в 12 часов, автомобилист приехал в город в 14 часов 20 минут, а мотоциклист приехал в село в 16 часов. Определите, сможет ли автомобилист приехать в город до 14 часов 40 минут, если он весь путь из села в город будет ехать с первоначальной скоростью.
7. Докажите, что если $a^2 + b^2 = 1$ и $c^2 + d^2 = 1$, то $|ac - bd| \leq 1$.
8. На 22 деревьях, расположенных по окружности, сидели 22 весёлых чижа (на каждом дереве по чижу). Время от времени два чижа одновременно перелетают на соседние деревья в противоположных направлениях (один по часовой стрелке, другой – против). Могут ли все 22 чижа собраться на одном дереве?
9. Можно ли число 7 представить в виде суммы квадратов трёх рациональных чисел?