

Межрегиональная олимпиада школьников  
«Будущие исследователи – будущее науки»  
2017-2018уч.г.

г.Саров, Нижегородская область

Математика  
Отборочный тур

9 класс

Решения и ответы необходимо набрать в редакторе **Word**,  
затем распечатать, **подписать каждую страницу**,  
после чего отсканировать в **ОДИН** файл формата **PDF**  
и прислать полученный **PDF-файл вместе с заявкой и тезисами**  
**исследовательской работы**  
по электронной почте **kh.read@expd.vniief.ru** до **15 ноября 2017 года**

1. (10 баллов) Найти наименьшее натуральное число, большее 1 и дающее при делении на 2,3,4,5,6 остаток, равный 1.
2. (10 баллов) Найти количество упорядоченных троек натуральных чисел  $a, b, c$  если  $\text{НОД}(a, b, c) = 30$ ;  $\text{НОК}(a, b, c) = 2^8 \cdot 3^9 \cdot 5^{10}$ .
3. (10 баллов) Решить неравенство  $\frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{(x-3)^2} \geq 0$ .
4. (20 баллов) Найти все значения параметра  $a$ , при которых вершины двух парабол  $y = x^2 + 4ax - a$  и  $y = -ax^2 + 4x + a + 2$  лежат по одну сторону от прямой  $y = -3$ .
5. (10 баллов) Три гонщика стартуют одновременно из одной точки шоссе, имеющих форму окружности, и едут в одном направлении с постоянными скоростями. Первый гонщик впервые после старта догнал второго, делая свой пятый круг, в точке, диаметрально противоположной старту, а через полчаса после этого он вторично обогнал третьего гонщика. Второй гонщик впервые догнал третьего через три часа после старта. Сколько кругов в час делает первый гонщик, если второй гонщик проходит круг не менее, чем за двадцать минут.
6. (10 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 3, \\ \frac{x^3 + y^3}{x^5 + y^5} = \frac{7}{31} \end{cases}$$

7. (10 баллов) В остроугольном треугольнике из одной вершины проведена высота, из другой — биссектриса, из третьей — медиана. Докажите, что проведенные биссектриса и медиана не могут разделить высоту на три равные части.
8. (20 баллов) На координатной плоскости рассматривается фигура  $M$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{xy}{3}} \geq 2x - y, \\ \frac{y - 8}{x^2 + y^2 - 64} > \frac{1}{10} \end{cases}$$

Изобразите фигуру  $M$ .