

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
2018-2019уч.г.

г.Саров, Нижегородская область

Математика
Отборочный тур

11 класс

Решения и ответы необходимо набрать в редакторе **Word**,
затем распечатать, **подписать каждую страницу**,
после чего отсканировать в **ОДИН файл формата PDF**
и прислать полученный **PDF-файл вместе с заявкой и тезисами**
исследовательской работы
по электронной почте **kh.read@expd.vniief.ru** до **6 ноября 2018 года**

- (10 баллов)** Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна 17. Окружности S_1, S_2, S_3 имеют радиус 2, а их центрами являются точки A, B, C соответственно. Найдите радиус окружности, которая внешним образом касается каждой из окружностей S_1, S_2, S_3 .
- (10 баллов)** Каждый из корней уравнения $x(x-a)(x+b) = 0$ является также корнем уравнения $(a-1)x^2 + (a-b-3)x + a-b-c = 0$. Найдите значения параметров a, b и c .
- (15 баллов)** Решите неравенство $\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 3x - 4} > x + \frac{1}{2}$.
- (15 баллов)** Известно, что $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} = \frac{20}{21}$. Найдите значение выражения $xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}$.
- (15 баллов)** В равнобедренную трапецию $ABCD$ с бóльшим основанием AD вписана окружность, касающаяся боковых сторон AB и CD в точках P и Q соответственно. Точка T – середина отрезка AD . Определите, в каком отношении прямая BT делит отрезок PQ .
- (15 баллов)** Найдите все значения параметра a такие, что уравнение $x^3 + x^2 + 14x + a = 0$ имеет три различных корня, образующих геометрическую прогрессию.
- (20 баллов)** Саша и Маша решили полить огород. Саша открыл кран, наполнил свою лейку, и сразу вслед за ним Маша подставила свою лейку под струю. Машина лейка наполняется за 10 секунд, а Сашина за 15 секунд. Наполнив свою лейку, каждый из них начинает сразу поливать огород. Из Сашиной лейки вода выливается за 1 минуту, а из Машиной – за $\frac{3}{4}$ минуты. Как только лейка оказывается пустой, каждый из них мгновенно подставляет её под струю воды, а если в это время воду набирает другой, то ждёт, пока кран не освободится, и сразу же начинает наполнять свою лейку. Когда никто не набирает воду, она льётся в бочку, стоящую под краном. Если бы никто не забирал воду, бочка наполнилась бы за 21 минуту. За сколько времени после включения крана наполнится бочка, если Саша и Маша всё это время продолжают поливать огород?