

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
2017-2018уч.г.

г.Саров, Нижегородская область

Математика
Отборочный тур

10 класс

Решения и ответы необходимо набрать в редакторе **Word**,
затем распечатать, **подписать каждую страницу**,
после чего отсканировать в **ОДИН** файл формата **PDF**
и прислать полученный **PDF-файл вместе с заявкой и тезисами**
исследовательской работы
по электронной почте **kh.read@expd.vniief.ru** до **15 ноября 2017 года**

1. (10 баллов) Доказать, что квадрат простого числа, большего 5, при делении на 30 дает в остатке 1 или 19.
2. (10 баллов) Найти количество упорядоченных троек натуральных чисел a, b, c если $\text{НОД}(a, b, c) = 30$; $\text{НОК}(a, b, c) = 2^8 \cdot 3^9 \cdot 5^{10}$.

3. (10 баллов) Решить неравенство $\sqrt{\frac{13}{2} + \sqrt{12x + \frac{169}{4}}} \geq x$.

4. (20 баллов) Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(ax^2 - (a^2 + 16)x + 16a)\sqrt{x + 5} = 0$ имеет ровно два различных корня.

5. (10 баллов) Первый член арифметической прогрессии в два раза больше первого члена геометрической прогрессии и в пять раз больше второго члена геометрической прогрессии. Четвертый член арифметической прогрессии составляет 50% от второго ее члена. Найти первый член арифметической прогрессии, если известно, что второй ее член больше третьего члена геометрической прогрессии на 36.

6. (10 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 3, \\ \frac{x^3 + y^3}{x^5 + y^5} = \frac{7}{31} \end{cases}$$

7. (10 баллов) В трапеции $ABCD$ боковая сторона CD перпендикулярна основаниям, O - точка пересечения диагоналей. На описанной окружности треугольника OCD взята точка S , диаметрально противоположная точке O . Докажите, что $\angle BSC = \angle ASD$.
8. (20 баллов) На координатной плоскости рассматривается фигура M , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{xy}{3}} \geq 2x - y, \\ \frac{y - 8}{x^2 + y^2 - 64} > \frac{1}{10} \end{cases}$$

Изобразите фигуру M .