

**Задания отборочного (заочного) тура  
олимпиады «Будущие исследователи – будущее науки»  
по математике**

**11 класс**

**2016-2017 уч.г.**

**Решения и ответы необходимо набрать в редакторе **Word**,  
затем распечатать, **подписать каждую страницу**,  
после чего отсканировать в формате **PDF**  
и прислать полученный **PDF-файл вместе с заявкой и тезисами**  
**исследовательской работы**  
по электронной почте **kh.read@expd.vniief.ru** до **21 ноября 2016 года****

1. Назовём натуральное число “хорошим”, если квадрат этого числа оканчивается на 2016. Найдите наименьшее “хорошее” натуральное число.
2. Решите уравнение  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 2(x + 2y + 3z - 3)$ .
3. Найдите все арифметические прогрессии, удовлетворяющие следующему условию: отношение суммы первых  $n$  членов прогрессии к сумме последующих  $kn$  её членов есть число, не зависящее от  $n$ .
4. В научной статье опубликовали факт о А.Д. Сахарове. Оказалось, что  $C \cdot A \cdot X \cdot A \cdot P \cdot O \cdot B = 2016$  (одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, а разные буквы – разные). Найдите наибольшее возможное значение числа  $\overline{CAPOB}$ .
5. Решите неравенство  $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \leq \frac{35}{12}$ .
6. У Вовочки есть наручные часы с минутной и часовой стрелками. В 9 часов утра паук на минутную стрелку залез паук и отправился путешествовать по ней. Когда стрелки часов встречались, паук переползал с одной стрелки на другую. Сколько оборотов сделает паук к 9 часам вечера?
7. Решите уравнение  $\operatorname{arctg}(x-1) = 3 \operatorname{arctg}(x+1)$ .
8. Решите неравенство  $\frac{6}{2x+1} > \frac{1 + \log_2(2+x)}{x}$ .
9. В правильной четырёхугольной пирамиде расположены два шара радиуса  $r$ , центры которых находятся на высоте пирамиды. Один из шаров касается всех боковых граней пирамиды, а другой – основания пирамиды и первого шара. Найдите высоту пирамиды, при которой объём пирамиды наименьший.